

TD<sub>15</sub> – Intégrales à paramètre

## Exercice à préparer

**Exercice 1** ★★★

Soit  $F(x) = \int_0^{+\infty} \cos(xt)e^{-t^2} dt$ .

1. Déterminer le domaine de définition  $D_F$  de  $F$ . Étudier la parité de  $F$ .
2. Montrer que  $F$  est continue sur son ensemble de définition
3. Montrer que  $F$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $D_F$  et exprimer  $F'(x)$  à l'aide d'une intégrale.
4. Déterminer une équation différentielle vérifiée par  $F$  et en déduire une expression simple de  $F(x)$

*On pourra utiliser le fait que  $\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .*